

Clase 8

19 de Abril de 1972

Comienzo porque me han pedido en razón de cuestiones prevalentes creo, de todo un funcionamiento en este lugar, me han pedido que termine más temprano, más temprano que de costumbre.

Entonces para abordar lo que viene, en una trama, cuyo recuerdo espero no les resulte demasiado lejano, lo retomo desde "*y a de l'un*" que ya he proferido. Para los que están aquí que se promueven desde una comarca lejana, repito lo que quiere decir porque no es de una sonoridad muy habitual; — "*y a d'l'Un*", parece venir de no se sabe dónde: de el UNO, del UNO, vamos. Habitualmente no nos expresamos así. Y sin embargo yo hablo de eso: del UNO... "*L' UN il y en a*". Es una manera de expresarse que vamos a encontrar —espero por lo menos para Uds.— de acuerdo con algo que, espero, no es nuevo para todos aquí. Gracias a Dios, sé que tengo orejas, en fin algunas, advertidas sobre los campos que debo tocar para hacer frente a aquello de lo que se trata en el discurso psicoanalítico — por consiguiente esto va a mostrarse de acuerdo — les explicaré en qué — este modo de expresarse, con lo que históricamente se produjo como la teoría, la Teoría de los Conjuntos. Uds. han oído hablar de esto, — han oído hablar de esto porque es así como se enseñan ahora las matemáticas a partir de primer grado. No es seguro, por supuesto, que esto mejora mucho la comprensión.

Pero, en fin, en relación a lo que es de una teoría de la cual uno de los resortes es la escritura, no, por cierto, que la teoría de los conjuntos implique una escritura unívoca, sino que, como muchas cosas en matemáticas, no se enuncia sin escritura la diferencia pues con esta fórmula, ese "*y a de l'Un*" que yo trato de hacer pasar, es justamente toda la diferencia que hay de lo escrito a la palabra. Es una grieta que no siempre es fácil de llenar. Sin embargo es esto lo que yo trato de hacer en esta ocasión y uds. deben de inmediato poder comprender por qué, si es cierto que, como yo los reescribo en el pizarrón, las dos superiores de estas cuatro fórmulas donde yo trato de fijar lo que suple a aquello que he llamado la imposibilidad de escribir justamente lo que es la relación sexual, es en la medida en que, en el nivel superior, dos términos se enfrentan, de los cuales uno es "*il existe* {existe} y el otro "*il n'existe pas*" {no existe} que aporto —o trato de aportar— la contribución que pueda aquí surgir útilmente a partir de la teoría de los Conjuntos. Es notable, es sorprendente que "*il y ait de l'UN*" no haya producido ningún tipo de asombro, si me permiten decirlo. De todos modos, quizás sea ir un poco rápido formularlo así, porque se puede poner en el activo lo que yo llamo, como sombro, en nombre de lo cual los interpele a sorprenderse, se puede poner en el activo aquello justamente de lo que les hablé, aquello de lo cual los he invitado del modo más vivo a tomar

conocimiento, es ese famoso *Parménides*, del querido Platón, que siempre es tan mal leído, o en fin en todo caso, que yo me ejercito en leer de un modo que no es el recibido, para el *Parménides*, es llamativo ver hasta qué punto, en un cierto nivel que es aquel propiamente dicho del discurso universitario, perturba. El modo que tienen todos aquellos que prefieren cosas sabias en nombre de la Universidad, está siempre prodigiosamente perturbado, como si se tratara de una apuesta, de una suerte de ejercicio de algún modo enteramente gratuito, de ballet y el desarrollo de las ocho hipótesis concerniente a las relaciones de el UNO y el SER permanente de algún modo problemático, un objeto de escándalo. Algunos, ciertamente se distinguen mostrando la coherencia de ello, pero esta coherencia aparece en el conjunto gratuita y la confrontación de los interlocutores, ella misma, parece confirmar —si se puede decir— el carácter ahistórico del conjunto. Yo diría, si es que puede avanzar algo sobre este punto: yo diría, que lo que me llama la atención es verdaderamente todo lo contrario, y que si algo me diera la idea de que hay en el diálogo platónico no sé qué de un primer asentamiento de un discurso propiamente analítico, yo diría que es justamente éste, el *Parménides*, el que me lo confirmaría. En efecto, está completamente claro que si Uds. se acuerdan de lo que les di, lo que inscribí como estructura, lo que les doy como estructura es algo que —no por azar— se inscribe como el Significante indexado 1

$$\frac{a}{S_2} \rightarrow \frac{S}{S_1}$$

(S₁) se encuentra al nivel de la producción dentro del discurso analítico. Y ya es algo, aunque, yo convengo que esto no pueda aparecéseles de inmediato —no les pido que lo tomen como una evidencia— es, en fin, una indicación de la oportunidad de centrar muy precisamente sobre, no la cifra, sino sobre el significativo UNO, nuestra interrogación en su continuación. No es evidente que haya UNO {*qu'il y ait de l'Un*}; da la impresión de ser evidente así porque, por ejemplo, hay seres vivos y Uds. tienen toda la apariencia, cada uno de los aquí presentes, tan bien ordenados, de ser completamente independientes unos de otros; de constituir cada uno en lo que —en nuestros días— se llama una realidad orgánica, sostenerse como individuos. Es sobre esto, seguramente, que ha tomado un cierto apoyo toda una primera filosofía. Lo que hay de llamativo, por ejemplo, es que en el nivel de la lógica aristotélica, el hecho de poner en la misma columna, es decir —se los recuerdo en esta ocasión— poner al principio la misma especificación de la X, a saber —yo lo dije, ya lo enuncié— en fin del hombre, del ser que se califica en el hablante como masculino. Si tomamos el "*il existe*" existe al menos uno para quien Φ de x no es recibida como aserción desde este punto de vista, punto de vista del individuo, nos encontramos ubicados ante una posición que es netamente contradictoria, a saber que la lógica aristotélica, que se funda sobre esta intuición del individuo que plantea como real —Aristóteles nos dice que después de todo no es la idea de caballo lo que es real, sino el caballo mismo— sobre la cual nos vemos forzados precisamente a preguntarnos cómo surge la idea, de dónde la tomamos; ella invierte, no sin argumentos perentorios, aquello de lo que hablaba Platón, a saber que es por participar de la idea de caballo que el caballo se sostiene: lo que es más real, es la idea de caballo. Si nos ubicamos bajo el ángulo, bajo el sesgo aristotélico, está claro que hay una contradicción entre el enunciado que para toda x , x ocupa en Φx la función de

argumento y el hecho de que haya algún x que no puede cubrir el lugar del argumento sino en la enunciación exactamente negación de la primera. Si les dicen que todo caballo es lo que Uds. quieran, por ejemplo fogoso, y si se agrega que hay algún caballo, al menos uno, que no lo es, en la lógica aristotélica esto es una contradicción.

Lo que yo les anticipo está hecho para hacerles aprehender que justamente, si puedo, si oso anticipar dos términos, aquellos que están a la derecha de mi grupo de cuatro términos —no son cuatro por azar— si puedo anticipar algo que manifiestamente hace defecionar a dicha lógica, es ciertamente en la medida en que el término existencia ha cambiado de sentido en el intervalo y ya no se trata de la misma existencia cuando se trata de la existencia de un término capaz de tomar, en una función matemática articulada, el lugar del argumento.

Aquí todavía nada hace la juntura de ese "*y a de l'Un*" como tal con ese "*au moins UN*" que precisamente es lo que se formuló por la notación $\exists x$: existe un x , al menos UNO, que da a aquello que se plantea como función valor calificable de verdadero. Esta distancia que se plantea de la existencia se puede decir —yo no lo llamaría hoy de otra manera a falta de otra palabra— de la existencia natural que no está limitada a los organismos vivos —esos UNOS, por ejemplo, podremos verlos en los cuerpos celestes (los cuales no por nada han sido los primeros en retener una atención propiamente científica, y es precisamente en esta afinidad que tienen con el UNO. Aparecen como inscribiéndose en el cielo como elementos tanto más cómodamente representantes del UNO, en tanto son puntiformes, y es cierto que han hecho mucho para poner el acento como forma de paso, para poner el acento sobre el punto. Si entre el individuo y lo que es de aquello que yo llamaría el UNO real, en el intervalo, los elementos que se significan como puntiformes han jugado un rol eminente para su transición, acaso no les es sensible, ¿acaso no les hizo parar la oreja el pasaje en que yo hablo del UNO como de un REAL, de un REAL que bien puede no tener nada que ver con ninguna realidad? Yo llamo realidad a aquello que es la realidad, a saber, por ejemplo, vuestra propia existencia, vuestro modo de sostén que es seguramente material y primero es corporal. Pero se trata de saber de qué se habla cuando se dice "*y a de l'Un*". De una cierta manera, en la vía en la cual se empeña la ciencia, quiero decir, a partir de esa vuelta en que decididamente ella se fía en el número como tal para gran giro, el giro galileano para nombrarlo, está claro que desde esta perspectiva científica, el UNO que podemos calificar de individual, UNO y luego algo que se enuncia en el registro de la lógica del número, no hay realmente espacio para interrogar sobre la existencia, sobre el sostén lógico que se le puede dar a un unicornio en tanto que ningún animal ha sido concebido de un modo más apropiado que el unicornio mismo. Es dentro de esta perspectiva que podemos decir que lo que nosotros llamamos la realidad, la realidad natural, podemos tomarla al nivel de un cierto discurso, y no retrocedo a pensar que el discurso analítico sea ese, la realidad, podemos siempre tomarla al nivel del fantasma. Ese Real del cual yo hablo y "cuyo" discurso analítico está hecho para recordarnos que su acceso es lo Simbólico, dicho Real, es en y por ese imposible que solo define lo simbólico que accedemos a él.

Retomo: al nivel de la historia natural de un Plinio, no veo qué es lo que diferencia al unicornio de cualquier otro animal que sea perfectamente existente dentro del orden natural. La perspectiva que interroga a lo Real desde una cierta dirección nos manda enunciar así las cosas. Sin embargo, no estoy hablando de cualquier cosa que se parezca a un progreso. Lo que ganamos en el plano científico es incontestable, sin embargo esto no acrecienta para nada nuestro sentido crítico por ejemplo, en materia de vida política. He señalado siempre que lo que ganamos por este lado lo perdemos por el otro en tanto hay cierta limitación inherente a lo que se puede llamar el campo de la adecuación en el ser parlante. No es porque hayamos hecho en lo que concierne a la vida, a la biología, hayamos hecho progresos desde Plinio, que el progreso es absoluto. Si un ciudadano romano viera como vivimos, y lamentablemente está fuera de lugar evocarle en persona en esta ocasión, pero probablemente se sentiría trastornado de horror. Como nosotros no podemos prejuzgar sino a partir de las ruinas que ha dejado esa civilización, la idea que nosotros podemos hacernos de ella, surge de ver, de imaginarse lo que serán, en un tiempo supuestamente equivalente, los restos de la nuestra. Esto dicho para que Uds., no se hagan ilusiones, si me permiten decirlo sobre el hecho de la confianza que yo tendría en la ciencia particularmente. En el discurso analítico, no se trata de un discurso científico, sino de un discurso para el cual la ciencia nos provee el material, que es algo muy diferente.

Por lo tanto, está claro que la toma del ser parlante en el mundo en el cual se concibe como inmerso, esquema éste que ya insinúa su fantasma, esta toma no va en aumento —y esto es cierto— no va en aumento sino en la medida en que algo se elabora y ese algo es el uso del número. Yo pretendo mostrarles que ese número se reduce simplemente a ese "y a de l'UN".

Ahora, es necesario ver lo que históricamente nos permite saber sobre ese "y a de l'UN", un poco más que lo que Platón hizo de él colocándolo en el mismo plano con lo que corresponde al ser. Es cierto que este diálogo es extraordinariamente sugestivo y fecundo, y que si Uds., lo observan bien de cerca encontrarán en él ya la prefiguración de lo que yo —desde su base— puedo, sobre el tema de la teoría de los conjuntos, enunciar de este "y a de l'UN". Empiecen solamente por el enunciado de la primera hipótesis: Si l'Un {el uno} debe ser tomado por su significación, si el UNO es uno, ¿qué es lo que vamos a poder hacer? Lo primero que el pone como objeción es esto: que este UNO no estaría en ninguna parte, porque si estuviera en alguna parte estaría dentro de una envoltura, dentro de un límite y esto es absolutamente contradictorio con su existencia de: UNO.

Para que el UNO haya podido ser elaborado en su existencia de "UNO", del modo en que lo funda la *Mengenlehre*, la teoría de los conjuntos, para traducirlo como lo ha traducido, no sin gracia, en francés; pero ciertamente con un acento que no responde del todo al sentido del término original en alemán que, desde el punto de vista de lo que enfocamos no es mejor, y bien: esto no llegó sino tardíamente y en función de toda la historia de las matemáticas mismas que, por supuesto, no es cuestión aquí de que yo les refiera aún del modo más abreviado posible; pero es necesario tenerla en cuenta pues él ha tomado todo su acento, todo su alcance, de aquello que yo podría llamar las extravagancias del número. Esto evidentemente, comienza muy temprano, ya que ya en el tiempo de Platón el número irracional creaba problemas y

heredaba —él nos da ya el enunciado de ello con todos sus desarrollos en el *Teeteto*— el escándalo pitagórico del carácter irracional de la diagonal del cuadrado, del hecho que no se terminará nunca, y esto es demostrable en una figura, y es esto lo mejor que había en esa época para hacerles aparecer la existencia de lo que yo llamo la extravagancia numérica, quiero decir algo que surge del campo del UNO: y después de esto, ¿qué? Algo que podemos, en el llamado método de exhaustión de Arquímedes, considerar como el evitamiento de lo que viene, tantos siglos después, bajo la forma de las paradojas del cálculo infinitesimal, bajo la forma del enunciado de lo que se llama lo infinitamente pequeño, cosa que lleva mucho tiempo para ser elaborada poniendo alguna cantidad finita de la cual se dice que de todos modos un cierto modo de operar dará por resultado ser más pequeño que la dicha cantidad, es decir al fin de cuentas, servirse de lo finito para definir un transfinito. Y luego, la aparición, Dios mío —no podemos no mencionarla— de la serie trigonométrica de Fourier que ciertamente no aparece sin plantear todo tipo de problemas de fundamento teórico, todo esto conjugado con la reducción, la reducción a principios perfectamente finitistas del cálculo llamado infinitesimal que se persigue en la misma época y del cual el gran representante es Cauchy. No hago esta evocación ultra rápida más que para ubicar lo que quiere decir: la retoma de qué es el estatuto del UNO bajo la pluma de Cantor.

A partir del momento en que se trata de fundarlo, el estatuto del UNO no puede partir sino de su ambigüedad, a saber que el resorte de la Teoría de los Conjuntos se sostiene enteramente en que el UNO del conjunto es distinto del UNO del elemento. La noción de conjunto reposa sobre el hecho de que hay un conjunto incluso en un solo elemento. Habitualmente esto no se dice así, pero lo propio de la palabra es justamente avanzar toscamente. Es suficiente abrir cualquier exposición de la Teoría de los Conjuntos para tocar con el dedo lo que esto implica, a saber que si el elemento planteado como fundamental de un conjunto es ese algo que la noción misma del conjunto permite enunciar como un conjunto vacío, y bien, hecho esto, el elemento es perfectamente recibable, a saber que un conjunto puede tener al conjunto vacío como constituyendo su elemento; que es en este sentido absolutamente equivalente a lo que se llama un elemento "*Singleton*" justamente para no anunciar enseguida la carta de la cifra UNO, y esto del modo más fundado, por la buena razón de que no podemos definir la cifra UNO sino tomando la clase de todos los conjuntos que tienen un solo elemento y destacando la equivalencia como siendo aquello que constituye propiamente el fundamento del UNO. Entonces, la teoría de los Conjuntos está hecha para restaurar el estatuto del número. Y lo que prueba que efectivamente lo restaura, en la perspectiva de lo que yo enuncio, es que precisamente al enunciar —como ella lo hace— el fundamento de el UNO, y al hacer reposar en ello al número como clase de equivalencia, ella termina destacando lo que ella llama el no-enumerable que el muy simple y —Uds. van a verlo— de un acceso inmediato. Pero que al traducirlo a mi vocabulario yo llamo no el "no-enumerable", objeto que yo no dudaría en calificar de místico, sino la imposibilidad de enumerar; lo que se demuestra por el método — aquí me disculpo por no poder ilustrar inmediatamente en el pizarrón la forma de hacerlo pero realmente, después de todo, qué es lo que les impide a los que entre Uds. están interesados en este discurso de abrir el menor tratado de "Teoría ingenua de los Conjuntos" para descubrir que, por el método llamado de la diagonal, se puede hacer tocar con el dedo que existe manera de enunciar de una serie de formas diferentes la serie de números enteros, ya que

de verdad se la puede enunciar de 36.000 maneras será inmediatamente accesible mostrar que, sea cual sea el modo en que los hayamos ordenado, habrá tomado simplemente la diagonal, y en esta diagonal cambiando cada vez, según una regla determinada antes, los valores, habrá otra forma aún de enumerarlos. Es precisamente en esto en lo que consiste lo real ligado al UNO. Y tan es así que hoy yo puedo llevar bastante lejos, en el tiempo al cual he prometido que me limitaría la demostración, de cualquier modo, desde ahora voy a poner el acento sobre lo que comporta esta ambigüedad puesta en el fundamento del UNO como tal.

Es exactamente esto, contrariamente a la apariencia, el UNO no estaría fundado sobre la "*mêmeté*", la mismidad, sino que es precisamente lo contrario, por la Teoría de los Conjuntos, marcado como debiendo estar fundado sobre la pura y simple diferencia. Lo que regla el fundamento de la Teoría de los Conjuntos consiste en que, cuando Uds. anotan, digamos, para ir a lo más simple, 3 elementos cada uno separado por una coma, o sea por dos comas, si uno de esos elementos de algún modo parece ser el mismo que otro, si puede estar unido por algún signo que sea de igualdad, es pura y simplemente el mismo nivel de armazón que constituye la teoría llamada de los conjuntos, está el axioma de extensionalidad que significa precisamente esto que al comienzo no sabría actuar de mismo. Se trata muy precisamente de saber en qué momento en esta construcción surge la mismidad. La mismidad {*mêmeté*}, no solamente surge tarde en la construcción, y, si me permiten decirlo, en uno de sus bordes, sino más aún, puedo avanzar que esta mismidad como tal se cuenta en el número y que por consiguiente el surgimiento del UNO, en tanto es calificable como "mismo" no surge sino de una manera exponencial.

Quiero decir que es a partir del momento en que el UNO del cual se trata no es otra cosa que este Aleph cero, \aleph^0 , donde se simboliza el cardinal del infinito, del infinito numérico, de este infinito que Cantor llama "impropio", pero que está hecho de los elementos de lo que constituye el primer infinito propio, a saber el Aleph cero en cuestión, es en el curso de la construcción de este Aleph cero que aparece la construcción del "mismo", en sí mismo, y que este "mismo" en la construcción es contado él mismo como elemento. He aquí por qué decimos que es inadecuado en el diálogo platónico de dar participación a cualquier cosa que sea de existente en el orden de lo semejante.

Sin el paso del cual se constituye el UNO primeramente, la noción de semejante no podría aparecer de ningún modo. Es lo que nosotros vamos a ver, espero, si no lo vemos hoy aquí ya que estoy limitado a un cuarto de hora menos de lo habitual, lo continuaré en otra parte y por qué no la próxima vez el jueves en Santa Ana ya que muchos de entre Uds. conocen el camino.

Sin embargo, lo que yo quiero marcar, es lo que resulta de este comienzo de la Teoría de los Conjuntos y de lo que yo llamaría ¿por qué no? — la cantorización— a condición de escribir C-A-N del número. He aquí de lo que se trata: para fundar en ella al cardinal, no hay otra vía que aquella de lo que se llama la aplicación bi-unívoca de un conjunto sobre otro. Cuando se quiere ilustrar esto, no se encuentra nada mejor, no hay otro modo que evocar alternativamente no sé qué ritmo primitivo de potlatch para la prevalencia del dónde saldrá la instauración de un *chef* al menos provisorio o más simplemente

la manipulación llamada del *maître d'hôtel*, aquel que confronta uno por uno cada uno de los elementos de un conjunto de cuchillos con un conjunto de tenedores. Es a partir del momento en que aún habrá uno de un lado, y del otro lado nada, como si se tratase de rebaños que hacen atravesar un cierto umbral a cada uno de los dos aspirantes al título de *chef*, o que se tratara del *maître d'hôtel* que está haciendo sus cuentas. ¿Qué aparecerá? El UNO comienza en el nivel en que hay un UNO que falta. El conjunto vacío es pues propiamente legitimado por ser él la puerta cuyo atravesamiento constituye el nacimiento del UNO. El primer UNO que se designa, quiero decir recibibile matemáticamente, de una manera que pueda enseñarse —porque eso es lo que quiere decir matema— y no que apele a esa especie de figuración grosera que la de "es más o menos lo mismo", lo que constituye al UNO y precisamente lo que lo justifica, que no se designa sino como distinto y no con ninguna otra marca calificativa, es que no comienza con su falta. Y es aquí donde se nos aparece, en la reproducción que yo les hice del Triángulo de Pascal:

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 & & 1 & 3 & 6 & 10 \\
 & & & 1 & 4 & 10 \\
 & & & & 1 & 5 \\
 & & & & & 1
 \end{array}$$

la necesidad de distinguir cada una de esas líneas de las cuales —Uds. Saben, yo pienso, desde hace algún tiempo, ya se los he subrayado bastante— cómo ellas se constituyen, estando cada una de ellas hecha de la adición de lo que está en alto sobre la misma línea y de lo que está anotado sobre la derecha de cada una de estas líneas está entonces constituída así. "Importa darse cuenta lo que designa cada una de esas líneas. El error, la falta de fundamento que se enuncia de la definición de Euclides que es precisamente esta:

Μονάς εστι χαθήν έχάστον των ουτων εν λεγετι Αριθμός δέ τό σα μοναδων σογειμενον πληθος

Euclides, *Elementos*, 4, VII

"La mónada es aquello según lo cual cada uno de los entes puede ser llamado UNO y el número *ἀριθμός* es precisamente esta multiplicidad que está hecha de mónadas".

El triángulo de Pascal no está aquí para nada. Está aquí para figurar lo que se llama, en la Teoría de los Conjuntos, no los elementos, sino las partes de esos conjuntos. Al nivel de las partes, las partes enunciadas monádicamente de un conjunto cualquiera, son de la segunda línea, la mónada es segunda. ¿Como llamaremos a la primera, aquella que —en suma— está constituída por

este conjunto vacío cuyo paso es justamente aquello de lo que se constituye el UNO? Por qué no usar el eco que nos da la lengua española y no llamarlo la NADA {NADES}. Aquello de lo que se trata en ese UNO repetido de la primera línea, es propiamente la NADA {NADES}, a saber la puerta de entrada que se designa de la falta. Es a partir de lo que se trata del lugar donde se hace un agujero, de ese algo que, si Uds. quieren una figura, yo representaré como siendo el fundamento de "y a de /UN", que pueda haber el UNO en la figura de una bolsa que es una bolsa agujereada, nada es UNO si no sale de la bolsa o no entra en la bolsa, he aquí el fundamento original, a ser tomado intuitivamente, del UNO.

No puedo, en razón de mis promesas, y lo lamento, llevar más lejos hoy y aquí lo que he aportado. Sepan simplemente que nos interrogaremos como yo ya había aquí dibujado la figura, que nos interrogaremos, a partir de la tríada, la forma más simple en que las partes, los sub-conjuntos hechos de partes del conjunto, donde estas partes son figurables de un modo que nos satisface para remontar a lo que sucede a nivel de la díada y al nivel de la mónada. Verán que al interrogar, no a esos números primeros, sino esos primeros números, levantará una dificultad de la cual el hecho de que sea una dificultad figurativa, espero, no nos impedirá comprender que ella es la esencia y ver lo que es el fundamento del UNO.